

**Prova scritta del concorso a 2 borse di studio per la Matematica
Collegio delle Scienze "Luciano Fonda"**

Anno Accademico 2009/2010

Trieste, 7 settembre 2009

Tema 2

1. Si discuta brevemente sull'argomento: le parabole.
2. Si risolva in \mathbb{R} la disequazione:

$$|x| + |x + 1| - |x - 4| < 8.$$

3. Alberto ha tre figli: dal più grande al più piccolo Bruno, Carlo, Dario. Alla nascita di Bruno, Alberto aveva 21 anni. Dopo n anni è nato Dario, quando la somma delle età di Bruno e Carlo era 13. Dopo altri n anni l'età di Alberto è pari alla somma delle età dei suoi figli. A quanto ammonta tale somma?
4. Si determini un numero naturale n tale che

$$10^n < (20)^n < 10^{n+1}.$$

5. In quanti modi si possono estrarre 5 carte da un mazzo di 40 in modo che fra esse compaiano esattamente 2 figure ed almeno 2 assi?
6. Si stabilisca, al variare del parametro reale p , il numero delle soluzioni reali distinte dell'equazione

$$x^4 + px^3 - px - 1 = 0.$$

7. Si determini il dominio della funzione reale di variabile reale

$$f(x) = \sqrt[4]{\log_{\frac{e}{2}}(4 - |x + |x||)}.$$

8. Il triangolo equilatero di vertici A, B, C ha lato di lunghezza $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA} = 10$ cm. Si scelgono un punto D sul lato AC e un punto E sul lato CB in modo tale che $\overline{CD} = 7$ cm e $\overline{CE} = 8$ cm. La perpendicolare al segmento DE nel punto D incontra il segmento AB in un punto F . Si calcoli la lunghezza \overline{AF} .